

3. Střídavé třífázové obvody

Určeno pro posluchače bakalářských studijních programů FS

Příklad 3.1.

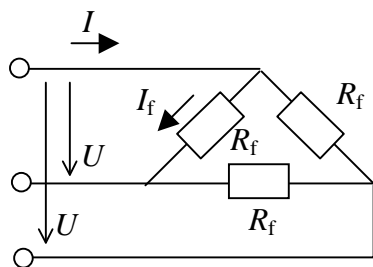
V přívodním vedení trojfázového elektrického sporáku na 3 x 400 V, jehož topná tělesa jsou zapojena do trojúhelníku, byl naměřen proud 6 A. Jak velký proud prochází topným tělesem, jak velký je odpor topného tělesa v jedné fázi za tepla, jak velký je příkon sporáku?

Zadáno: $U_n = 3 \times 400 \text{ V}$, $I = 6 \text{ A}$, zapojení D , $\cos \varphi = 1$

Určit: I_f , R_f , P

Řešení:

Schéma zapojení



$$I_f = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 3,46 \text{ A}$$

$$R_f = \frac{U}{I_f} = \frac{400}{3,46} = 115,47 \text{ } \Omega$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 6 \cdot 1 = 4152 \text{ W} = 4,15 \text{ kW}$$

Příklad 3.2

Elektrický průtokový ohřívač o příkonu 5 kW ohřívá vstupní vodu o teplotě $\theta_v = 5 \text{ } ^\circ\text{C}$. Určete teplotu vystupující teplé vody při průtoku vytékající vody

a) 1 l / min

b) 3 l / min

Zadáno: $P = 5 \text{ kW}$, $\theta_v = 5 \text{ } ^\circ\text{C}$, $c = 1,163 \text{ Wh} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Určit: θ_2

když
$$Q = \frac{P}{60 \cdot \Delta \theta \cdot c}$$

kde

Q - průtok vody (l / min)

P - tepelný příkon (W)

$\Delta \theta (\theta_2 - \theta_1)$ - zvýšení teploty (K)

c – měrná tepelná kapacita vody ($c = 1,163 \text{ Wh} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)

Řešení: když rozepíšeme a dosadíme

$$60 \cdot (\theta_2 - \theta_1) \cdot c = \frac{P}{Q}$$

$$60 \cdot \theta_2 - 60 \cdot \theta_1 = \frac{P}{Q \cdot c}$$

$$60 \cdot \theta_2 = \frac{P}{Q \cdot c} + 60 \cdot \theta_1$$

$$\theta_2 = \frac{P}{Q \cdot c \cdot 60} + \theta_1$$

a) $\theta_1 = 76,65 \text{ } ^\circ\text{C}$ b) $\theta_1 = 28,88 \text{ } ^\circ\text{C}$

Příklad 3.3

El. třífáz. souměrný spotřebič zapojený do hvězdy má tyto jmen. parametry: $P_n = 5000 \text{ W}$, $U_n = 3 \times 400 \text{ V}$. Určete příkon a odebíraný proud při jeho připojení na napětí sítě $3 \times 380 \text{ V}$.

Zadáno: $P_n = 5000 \text{ W}$, $U_n = 3 \times 400 \text{ V}$, $\cos \varphi = 1$

Určit: P , I při $U_s = 3 \times 380 \text{ V}$

Řešení:

Příkon $P = \sqrt{3} \cdot U_s \cdot I_f$

Odpor jedné fáze $R_f = \frac{U_f}{I_f}$

Proud při $U = 400 \text{ V}$

$$I_f = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_s} = \frac{5000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 7,225 \text{ A} \quad \text{a z toho} \quad R_f = \frac{U_f}{I_f} = \frac{400}{\sqrt{3} \cdot 7,225} = 32 \text{ } \Omega$$

I_f při $U = 380 \text{ V}$

$$I_f = \frac{U_f}{R_f} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 32} = 6,864 \text{ A}$$

Výkon při $U = 380 \text{ V}$

$$P = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 6,864 = 4512 \text{ W}$$

Nebo ze vztahu

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I = 3 \cdot U_f \cdot I_f = 3 \cdot \frac{U_f^2}{R_f} = \frac{U^2}{R_f}$$

z toho vyplývá, že

$$\frac{P}{P_n} = \left(\frac{U}{U_n} \right)^2 \Rightarrow P_{380V} = P_n \cdot \left(\frac{380}{U_n} \right)^2 = 5000 \cdot \left(\frac{380}{400} \right)^2 = 4512 \text{ W}$$

Příklad 3.4

Elektrický průtokový ohřívač o příkonu 4,5 kW je připojen k napětí 3 x 400 V. Určete odebíraný proud ze sítě a průtok vody, při kterém dojde k ohřevu vody o 40 °C, když

Zadáno: $P = 4,5 \text{ kW}$, $U_s = 3 \times 400 \text{ V}$, $\cos \varphi = 1$, $\Delta \theta = 40 \text{ °C}$, $c = 1,163 \text{ Wh} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Určit: I , Q

Řešení:

$$Q = \frac{P}{60 \cdot \Delta \theta \cdot c} \quad \text{kde}$$

Q – průtok (l / min)

P – tepelný příkon (W)

$\Delta \theta$ – zvýšení teploty (K)

c – měrná tepelná kapacita ($c = 1,163 \text{ Wh} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot U_s \cdot I_f$$

$$I_f = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_s} = \frac{4,5 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400} = 6,495 \text{ A}$$

$$\text{a průtok} \quad Q = \frac{P}{60 \cdot \Delta \theta \cdot c} = \frac{4,5 \cdot 10^3}{60 \cdot 40 \cdot 1,163} = 1,612 \text{ l / min}$$

Příklad 3.5

El. průtokový ohřívač o příkonu 5 kW je určen k napájení z trojfázové sítě o napětí 3 x 400 V. Určete příkon ohřívače při jeho připojení na síť 3 x 380 V a odpojení jedné fáze (např. pojistkou) a to v případě zapojení topných článků do hvězdy.

Zadáno: $P = 5 \text{ kW}$, $U = 3 \times 400 \text{ V}$, spotřebič zapojen do Y

Určit: Výkon při napětí 3 x 380 V a při přerušení jedné fáze,

Řešení:

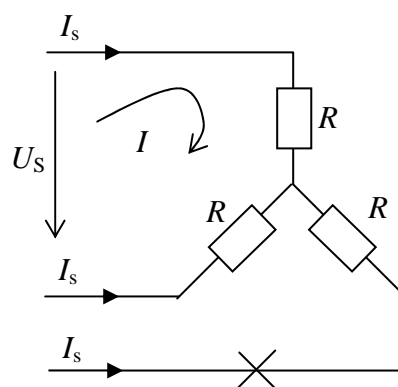
$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f = 3 \cdot U_f \cdot \frac{U_f}{R} \Rightarrow R = \frac{U_s^2}{P} = \frac{400^2}{5000} = 32 \text{ } \Omega$$

když R je odpor jedné fáze a $U_s = \sqrt{3} \cdot U_f$

$$\text{Při napětí 380 V je } P = \frac{U_s^2}{R} = \frac{380^2}{32} = 4512,5 \text{ W}$$

Při odpojení jedné fáze

$$I = \frac{U_s}{2 \cdot R} = \frac{380}{64} = 5,9375 \text{ A}$$



$$P = U_s \cdot I = 380 \cdot 5,9375 = 2256,25 \text{ W}$$

Příklad 3.6

Elektrický průtokový ohřívač o příkonu 5 kW je určen k napájení z trojfázové sítě o napětí 3 x 400 V. Určete příkon ohřívače při jeho připojení na síť 3 x 380 V a při odpojení jedné fáze (např. pojistkou) a to v případě zapojení spotřebiče do trojúhelníka.

Zadáno: $P = 5 \text{ kW}$, $U = 3 \times 400 \text{ V}$, $\cos \varphi = 1$

Určit: Výkon při napětí 3 x 380 V a při přerušení jedné fáze

Řešení:

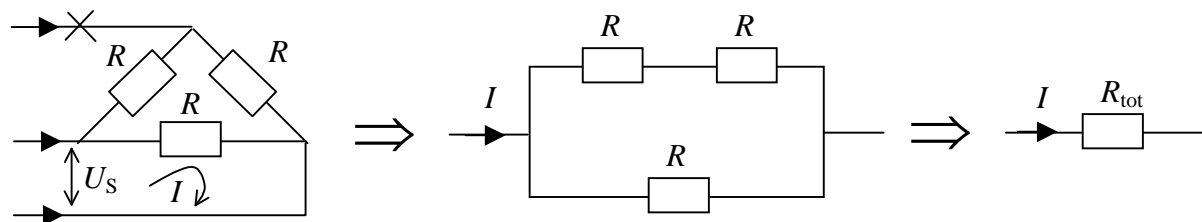
$$P = \sqrt{3} \cdot U_s \cdot I_s \Rightarrow I_s = 7,22 \text{ A}$$

$$I_f = \frac{I_s}{\sqrt{3}} = 4,16 \text{ A}$$

$$R_f = \frac{U_f}{I_f} \quad \text{ale} \quad U_f = U_s \Rightarrow R_f = \frac{U_s}{I_f} = \frac{400}{4,16} = 96 \text{ } \Omega$$

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f = 3 \cdot U_s \cdot \frac{U_s}{R} = 3 \cdot \frac{380^2}{96} = 4512 \text{ W}$$

Přerušení jedné fáze:



$$R_{tot} = \frac{96 \cdot 192}{96 + 192} = 64 \text{ } \Omega$$

$$I = \frac{U_s}{R_{tot}} = \frac{380}{64} = 5,9375 \text{ A}$$

$$P = U_s \cdot I = 380 \cdot 5,9375 = 2256,25 \text{ W}$$

Příklad 3.7

El. trojfázová pec, zapojená do trojúhelníku odeberá při připojení na síť s napětím $U_s = 400 \text{ V}$ proud $I = 15 \text{ A}$ při účinníku $\cos \varphi = 1$. Jaký je příkon pece a kolik kWh spotřebuje při šestihodinovém chodu?

Zadáno: $U_s = 400 \text{ V}$, $I = 15 \text{ A}$, $\cos \varphi = 1$, zapojení D

Určit: Příkon a spotřebu při šestihodinovém chodu.

Řešení:

$$P = \sqrt{3} \cdot U_s \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 15 = 10400 \text{ W} = 10,4 \text{ kW}$$

práce $W = P \cdot t = 10,4 \cdot 6 = 62,4 \text{ kWh}$

Příklad 3.8

Na štítku trojfázového el. motoru, který je zapojen do trojúhelníku jsou údaje: $P_N = 5 \text{ kW}$, $U_N = 690/400 \text{ V}$, $\cos \varphi = 0,8$, $\eta_N = 85 \%$. Jak velký je činný, zdánlivý a jalový příkon, proud ve vedení, jeho činná a jalová složka a proud v jedné fázi statoru?

Zadáno: $P_N = 5 \text{ kW}$, $U_N = 690/400 \text{ V}$, $\cos \varphi_N = 0,8$, $\eta_N = 85 \%$.

Určit: P_p , S , Q , I , I_p , I_Q , I_f

Řešení:

$$\text{Činný příkon} \quad P_{pN} = \frac{P_N}{\eta_N} = \frac{5}{0,85} = 5,88 \text{ kW}$$

$$\text{Zdánlivý příkon} \quad S_N = \frac{P_{pN}}{\cos \varphi_N} = \frac{5,88}{0,8} = 7,35 \text{ kVA}$$

$$\text{Jalový příkon} \quad Q_N = S_N \cdot \sin \varphi_N = 7,35 \cdot 0,6 = 4,35 \text{ kvar} \quad \text{kde} \quad \sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$$

$$\text{Proud ve vedení} \quad I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_N} = \frac{7,35 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400} = 10,6 \text{ A}$$

$$\text{Činná složka proudu ve vedení} \quad I_p = I \cdot \cos \varphi = 10,6 \cdot 0,8 = 8,48 \text{ A}$$

$$\text{Jalová složka proudu ve vedení} \quad I_Q = I \cdot \sin \varphi = 10,6 \cdot 0,6 = 6,36 \text{ A}$$

$$\text{Proud ve vinutí jedné fáze} \quad I_f = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{10,6}{1,732} = 6,12 \text{ A}$$

Příklad 3.9

Stanovte průřez vodiče dlouhého 15 m pro trojfázový el. motor výkonu $P = 3 \text{ kW}$ na napětí 3 x 230 V. El. motor pracuje při účinnosti $\cos \varphi = 0,83$ a s účinností $\eta = 0,82$. Dovolенý úbytek napětí na přívodním vedení je 1 %.

Zadáno: $l = 15 \text{ m}$, $P = 3 \text{ kW}$, $U = 3 \times 400 \text{ V}$, $\cos \varphi = 0,83$, $\eta = 0,82$, $\rho = 0,0178 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$

Určit: průřez vodiče S

Řešení:

$$\text{Příkon motoru} \quad P_p = \frac{P}{\eta} = \frac{3}{0,82} = 3,65 \text{ kW}$$

$$\text{Vedením prochází proud} \quad I = \frac{P_p}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} = 11,04 \text{ A}$$

Dovolенý úbytek napětí je 1 %, tj. 4 V. Je to ovšem sdružený úbytek, který musíme přepočítat na fázový, abychom mohli vypočítat odpor a z něho průřez jedné fáze.

$$\text{Proto} \quad \Delta U_f = \frac{\Delta U}{\sqrt{3}} = \frac{4}{1,732} = 2,309 \text{ V}$$

$$\text{takže vedení smí mít odpor} \quad R = \frac{\Delta U_f}{I} = 0,209 \Omega$$

a z toho průřez vodiče (pro měď) $S = \frac{\rho \cdot l}{R} = \frac{0,0178 \cdot 15}{0,209} = 1,277 \text{ mm}^2$
 čemuž odpovídá průřez 1,5 mm².

Příklad 3.10

Jak velký je úbytek napětí v trojfázové přípoje délky 400 m s průřezem vodiče 25 mm² (Cu) ke spotřebiči s příkonem $P = 20 \text{ kW}$ při napětí $U = 3 \times 400 \text{ V}$.

Pozn.: Přehlídíme jen k odporu vedení.

Zadáno: délka = 400 m, $S = 25 \text{ mm}^2$, $P = 20 \text{ kW}$, $U = 3 \times 400 \text{ V}$, $\cos \varphi = 1$, $\rho = 0,0178 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$

Určit: ΔU

Řešení:

$$R_v = \rho \cdot \frac{l}{S} = 0,0178 \cdot \frac{400}{25} = 0,285 \Omega$$

$$I_p \text{ proudu ve vedení } I_p = I \cdot \cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{20 \cdot 10^3}{1,732 \cdot 400} = 28,87 \text{ A}$$

Když uvažujeme $\cos \varphi = 1$

$$\text{Úbytek napětí } \Delta U_f = I_p \cdot R_v = 28,87 \cdot 0,285 = 8,23 \text{ V}$$

$$\text{v procentech } \Delta u = 100 \cdot \frac{\Delta U_f}{U_f} = 100 \cdot \frac{8,23}{230} = 3,58\%$$

Příklad 3.11

Jaké jsou výkonové poměry trojfázového spotřebiče zapojeného do hvězdy tvořené impedancemi $\underline{Z} = 100 \angle 30^\circ$, v trojfázové síti $3 \times 400/230 \text{ V}$, 50 Hz .

Zadáno: $\underline{Z} = 100 \angle 30^\circ$, $U = 3 \times 400/230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$

Určit: S , P , Q

Řešení:

Velikost impedancí je $Z = 100 \Omega$, jejich fáze je 30° , $\cos \varphi = \cos 30^\circ = \sqrt{3}/2 = 0,866$ a $\sin \varphi = \sin 30^\circ = 0,5$.

$$\text{Proud tekoucí impedancí } I = \frac{U_f}{Z} = \frac{230}{100} = 2,3 \text{ A}$$

$$\text{Zdánlivý výkon } S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 2,3 = 1593,48 \text{ VA}$$

$$\text{Činný výkon } P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 2,3 \cdot 0,866 = 1379,96 \text{ W}$$

$$\text{Jalový výkon } Q = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 2,3 \cdot 0,5 = 796,74 \text{ var}$$

Příklad 3.12

Transformovna závodu napájí tři haly 1, 2, 3 dle obr. 1, trojfázovou soustavou se sdruženým napětím $U_s = 400 \text{ V}$, 50 Hz . V určitém čase ukazují měřící přístroje na rozváděči tyto činné

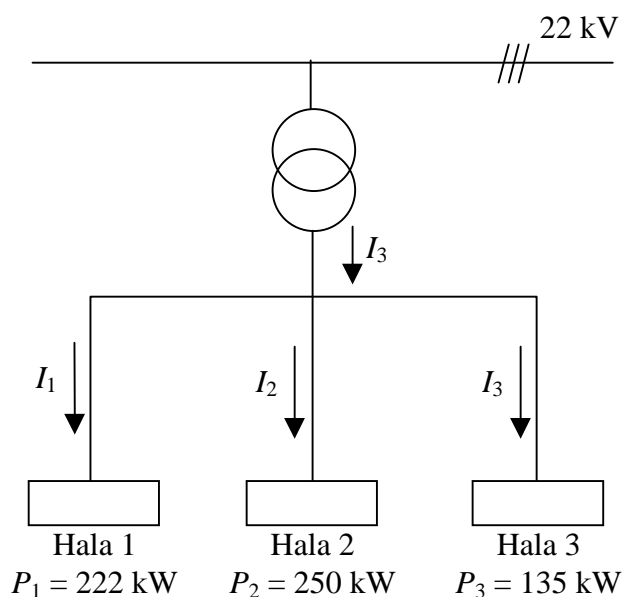
výkony a proudy odebírané jednotlivými halami, ve kterých jsou jen souměrné spotřebiče induktivního charakteru.

$$\begin{array}{lll} P_1 = 222 \text{ kW} & P_2 = 250 \text{ kW} & P_3 = 135 \text{ kW} \\ I_1 = 365 \text{ A} & I_2 = 390 \text{ A} & I_3 = 205 \text{ A} \end{array}$$

Vypočítejte celkový účinník ($\cos\varphi$) závodu v místě jeho napájení a celkový proud, odebíraný ze sekundáru transformátoru.

Zadáno: $P_1 = 222 \text{ kW}$, $P_2 = 250 \text{ kW}$, $P_3 = 135 \text{ kW}$, $I_1 = 365 \text{ A}$, $I_2 = 390 \text{ A}$, $I_3 = 205 \text{ A}$

Obr. 1



Určit: celkový účinník $\cos\varphi$, celkový proud I

Řešení: Zdánlivé výkony hal

$$S_1 = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_1 = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 365 = 252,879 \text{ kVA}$$

$$S_2 = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_2 = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 390 = 270,2 \text{ kVA}$$

$$S_3 = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_3 = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 205 = 142,03 \text{ kVA}$$

účinníky jednotlivých hal

$$\cos\varphi_1 = \frac{P_1}{S_1} = \frac{222}{252,879} = 0,8779 \quad \varphi = 28,6^\circ$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{P_2}{S_2} = \frac{250}{270,2} = 0,926 \quad \varphi = 22,18^\circ$$

$$\cos\varphi_3 = \frac{P_3}{S_3} = \frac{135}{142,03} = 0,9505 \quad \varphi = 18,10^\circ$$

V komplexním tvaru

$$S_1 = 252,9 \angle 28,6^\circ$$

$$S_2 = 270,2 \angle 22,2^\circ$$

$$S_3 = 142,03 \angle 18,1^\circ$$

Celkový zdánlivý výkon v komplexní formě

$$\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 = 252,9 \cdot (\cos 28,6^\circ + j \cdot \sin 28,6^\circ) + 270,2 \cdot (\cos 22,18^\circ + j \cdot \sin 22,18^\circ) + 142,03 \cdot (\cos 18,1^\circ + j \cdot \sin 18,1^\circ) = 601,03 + j \cdot 267,27 = 657,78 \angle 23,97^\circ$$

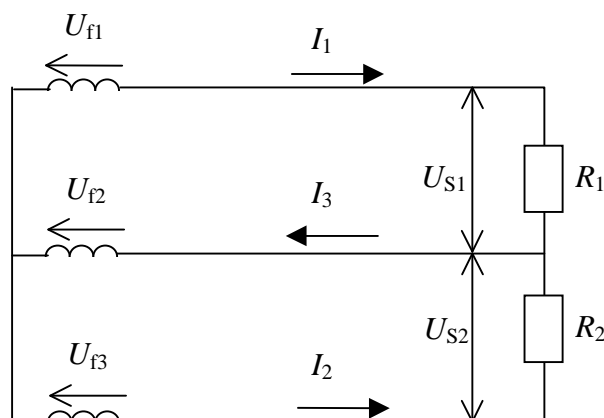
činný výkon závodu je reálná složka \underline{S} .

$$\text{Celkový účinník závodu } \cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{601,03}{657,78} = 0,914$$

$$\text{Celkový proud } I = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{657780}{\sqrt{3} \cdot 400} = 949,45 \text{ A}$$

Příklad 3.13

Trojfázový generátor v zapojení do Y bez nulového vodiče je zatížen ohmickými odpory $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 30 \Omega$ podle zapojení. Fázové napětí je 220 V. Jak velký je proud v přívodním vedení? Nakreslete fázorový diagram napětí a proudů.



Zadáno: $U_f = 230 \text{ V}$, $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 30 \Omega$, $\cos \varphi = 1$

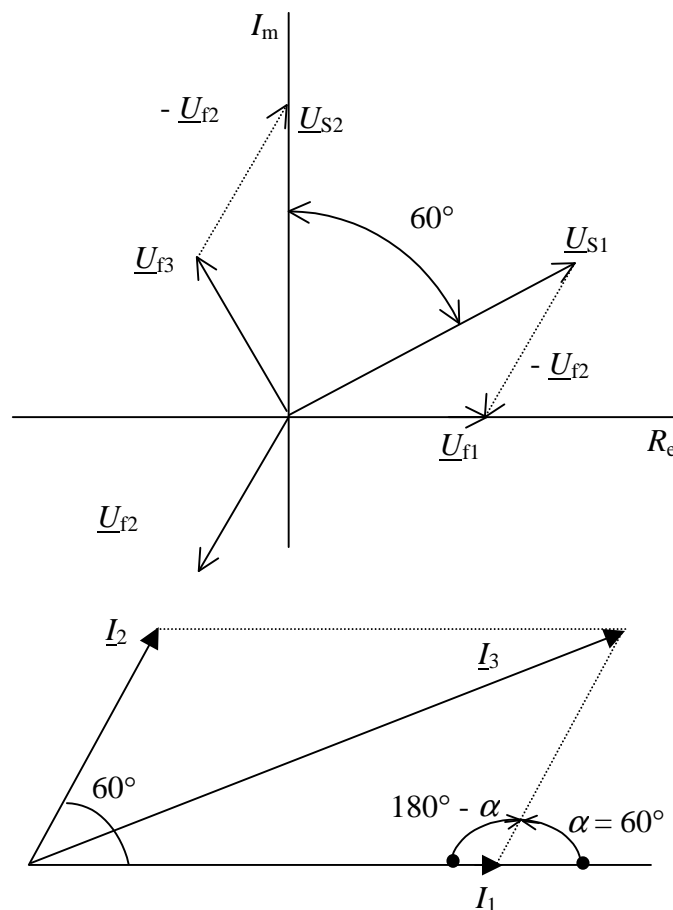
Určit: I_1 , I_2 , I_3 , nakreslit fázorový diagram napětí a proudů.

Řešení:

$$I_1 = \frac{U_s}{R_1} = \frac{U_f \cdot \sqrt{3}}{R_1} = \frac{230 \cdot \sqrt{3}}{20} = 19,9 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U_s}{R_2} = \frac{U_f \cdot \sqrt{3}}{R_2} = \frac{230 \cdot \sqrt{3}}{30} = 13,28 \text{ A}$$

Proud I_3 , je dán geometrickým součtem proudů I_1 a I_2 ve fázi s napětím na odporech.



Podle cosinové věty

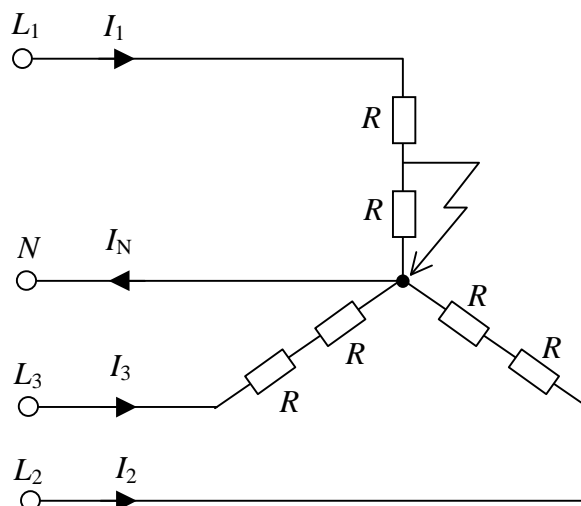
$$I_3^2 = I_1^2 + I_2^2 - 2 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \cos(180 - \alpha)$$

$$\cos(180 - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$I_3 = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{19,9^2 + 13,28^2 + 2 \cdot 19,9 \cdot 13,28 \cdot 0,5} = 28,92 \text{ A}$$

Příklad 3.14

Na trojfázovou síť 3 x 400 V, 50 Hz s vyvedeným středem N je připojena elektrická pec, která má celkem 6 topných těles s odporem 10Ω , z nichž vždy dvě jsou spojeny do série v každé fázi. Vypočítejte proudy tekoucí topnými tělesy při spojení těles do hvězdy a připojení uzlů na střed N. Jak se změní proudy v přívodních vodičích jestliže na jedné sekci topného tělesa vznikne zkrat. Nakreslete fázorový diagram napětí a proudů.



Zadáno: $U_1 = U_2 = U_3 = 230 \text{ V}$ (fáz. nap), $f = 50 \text{ Hz}$, $R = 10 \Omega$, $\cos \varphi = 1$

Určit: \underline{I}_1 , \underline{I}_2 , \underline{I}_3 , \underline{I}_N

Řešení:

$$\underline{U}_1 = U_1$$

$$\underline{U}_2 = U_2 \cdot e^{-j120^\circ} = U_2 \angle -120^\circ$$

$$\underline{U}_3 = U_3 \cdot e^{+j120^\circ} = U_3 \angle +120^\circ$$

$$U_1 = U_2 = U_3$$

Fázové proudy:

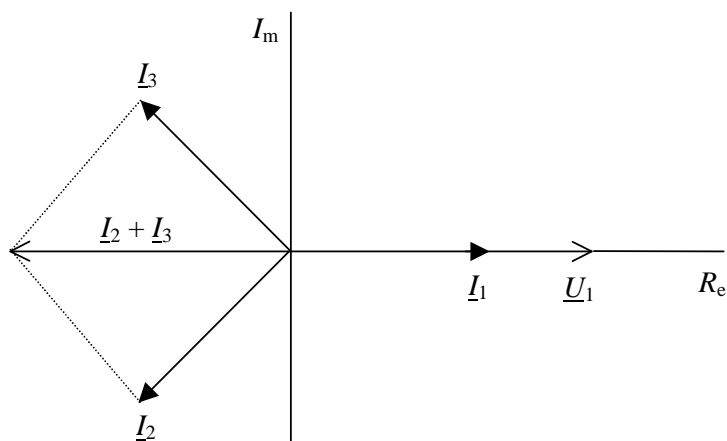
$$\underline{I}_1 = \frac{U_1}{2 \cdot R} = \frac{230}{20} = 11,5 \text{ A}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{U_2 \angle -120^\circ}{2 \cdot R} = \frac{230}{20} \angle -120^\circ = 11,5 \text{ A} \angle -120^\circ$$

$$\underline{I}_3 = \frac{U_3 \angle +120^\circ}{2 \cdot R} = \frac{230}{20} \angle +120^\circ = 11,5 \text{ A} \angle +120^\circ$$

Proud v nulovém vodiči

$$\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 11,5 + 11,5 \cdot [\cos(-120^\circ) + j \cdot \sin(-120^\circ)] + 11,5 \cdot (\cos 120^\circ + j \cdot \sin 120^\circ) = 0$$



Při souměrném zatížení je proud nulovým vodičem roven 0.

Při zkratu jedné sekce topného tělesa se změní proudy ve fázích takto:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{R} = \frac{230}{10} = 23 \text{ A}$$

Proudy ve fázi \underline{I}_2 a \underline{I}_3 se nezmění, potom proud v nulovém vodiči

$$\begin{aligned} \underline{I}_N &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 23 + 11,5 \cdot [\cos(-120^\circ) + j \cdot \sin(-120^\circ)] + 11,5 \cdot (\cos 120^\circ + j \sin 120^\circ) = \\ &= 23 - 11,5 \cdot \frac{1}{2} - j \cdot 11,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 11,5 \cdot \frac{1}{2} + j \cdot 11,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 11,5 \text{ A} \end{aligned}$$

